

# Numerische Simulation von turbulenzbedingtem Schall mit OpenFOAM

Qin Wang, Peter F. Pelz, Berthold Matyschok

Fachbereich Maschinenbau, Institut für Fluidsystemtechnik  
Technische Universität Darmstadt

## Kurzfassung

Die Reduktion der Schallemission von Maschinen gewinnt in der heutigen Zeit immer mehr an Bedeutung. In der Entwicklungsphase einer Anlage scheitert die Schallvorhersage mit kommerziellen Programmen häufig an hohen Kosten und ungeeigneten Akustikmodellen. Zielsetzung der Forschungsaufgabe ist die Anwendung der Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) Methode zur schnellen Vorhersage von turbulenzbedingtem Schall mit Hilfe des Open Source OpenFOAM. Die Schallemission von einem ebenen Freistrahler wurde in dieser Arbeit mit SNGR Methode untersucht.

Die SNGR Methode verwendet eine Lösung der Reynolds gemittelte Navier-Stokes Gleichung (RANS), um die statistischen Informationen der turbulenten Strömung zu erhalten. Auf der Grundlage dieser Informationen aus dem turbulenten Feld wird mittels der Superposition von Fourier-Moden ein zeit- und raumabhängiges stochastisches Geschwindigkeitsfeld erzeugt. Jede Fourier-Mode weist auf eine Geschwindigkeitsamplitude, einen Wellenzahlvektor, einen Phasenwinkel und einen Einheitsvektor. Diese künstlich erzeugte turbulente Geschwindigkeit wird dann als Schallquelle der auf Störgröße basierenden Gleichung verwendet. Anschließend wird diese Gleichung in OpenFOAM gelöst und die Ergebnisse als breitbandiges Geräusch dargestellt.

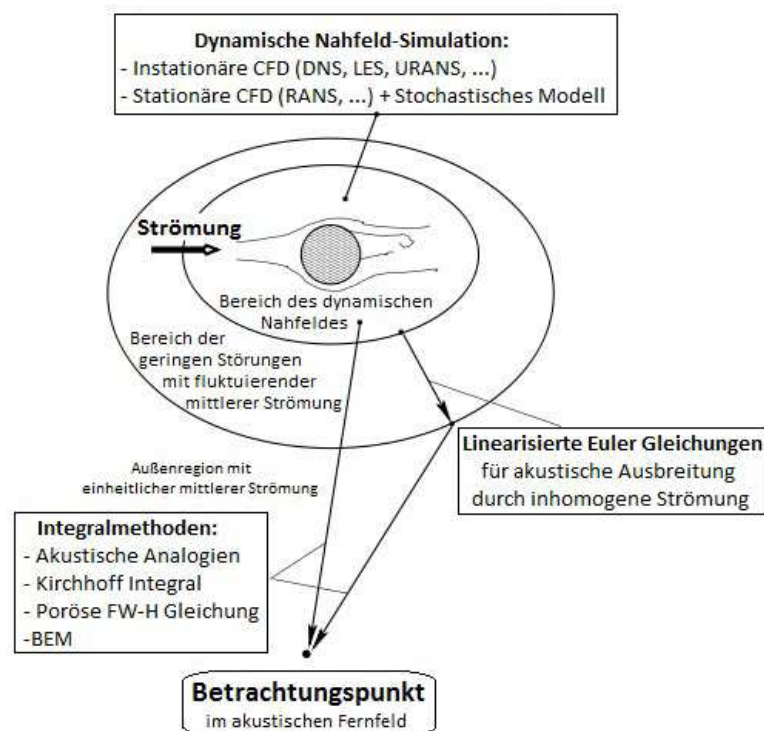
## 1. Einleitung

Die Analyse von Schallentstehung und die Vorhersage der Schallemissionen gewinnen im industriellen Bereich zunehmend an Bedeutung. In der Vergangenheit wurde eine Vielzahl von unterschiedlichen Verfahren zur Schallvorhersage entwickelt. Trotzdem fehlt weiterhin ein zuverlässiges Konzept, das möglichst schnell die Schallquellen erfasst und sich dabei am Bedarf von industriellen Anwendungen orientiert.

Bezüglich der in der Strömungsakustik anwendbaren numerischen Methoden zur Schallvorhersage ist prinzipiell zu unterscheiden zwischen der sog. Direkten Numerischen Simulation

(DNS) und den hybride Verfahren, bei denen Strömungsfeld und akustisches Feld getrennt voneinander berechnet werden. Dabei wird das Rechengebiet in ein kleines Gebiet mit nichtlinearen Quelltermen und in ein daran nach außen anschließendes Gebiet mit akustischer Abstrahlung unterteilt. Im Quellgebiet wird zunächst auf der Basis eines geeigneten Turbulenzmodells die Strömung berechnet. Aus den Ergebnissen dieser Strömungsrechnung werden die Quellterme abgeleitet, die schließlich als Anregung für die Akustik-Rechnung dienen.

Zur Auswahl eines geeigneten Turbulenzmodells und der Simulation des Quellgebietes, gibt es mehrere Möglichkeiten [1] (siehe Abbildung 1).



**Abbildung 1 Hybride Methode für Schallvorhersage**

Der numerische Aufwand und die erforderlichen IT-Ressourcen für instationäre Simulationen wie Large Eddy Simulation (LES) sind jedoch sehr hoch. Eine für die Schallvorhersage in der Entwicklungsphase geeignete Stochastic Noise Generation and Radiation (SNGR) Methode ist von Bailly [2] entwickelt worden und in Verbindung mit numerischen akustischen Verfahren, kann der turbulenzbedingter Schall schnell vorhergesagt werden.

Der Grundgedanke des stochastischen Modells ist die Rekonstruktion der turbulenten Strömungsschwankungen, die kompatibel sind mit den Ergebnissen der turbulenten kinetischen

Energie und der Turbulenzdissipation aus der CFD Simulation. Die CFD-Ergebnisse werden mit Hilfe der Reynolds gemittelten Navier-Stokes (RANS) Gleichung erzielt.

Insbesondere ist nicht nur der Schall im Fernfeld von Interesse, sondern auch der Schall in dem von der Strömungssimulation abgedeckten Gebieten. In der Vergangenheit wurden Ansätze auf der Basis von Störgrößen für die Quellterme der linearisierten Euler-Gleichungen (LEE) [2], [3], [4] vorgestellt. Der wesentliche Vorzug dieser Ansätze liegt in der Möglichkeit, die Schallentstehung bzw. Ausbreitung in nicht-homogenen Strömungen und somit auch den Turbulenzzonen zu berechnen.

Als repräsentatives Beispiel wurde in der vorliegenden Studie ein ebener Freistrahler mit kleiner Machzahl gewählt und die dabei auftretenden Schallemissionen charakterisiert. Damit der betriebene Aufwand vertretbar ist, wurde eine zweidimensional symmetrische Betrachtung durchgeführt. Die numerische Analyse erfolgte mit dem freien Code CFD Paket OpenFOAM.

## 2. Stochastische Noise Generation und Ausbreitungsmethode

Die RANS Simulation ergibt nur die statistische turbulente Eigenschaft von Einpunkt Korrelationen, wie z.B. turbulente kinetische Energie  $K$ . Jedoch benötigt die aeroakustische Simulation die Zweipunkt statistische Information der turbulenten Strömung. Deshalb wird die turbulente Schwankung (Schallquellen) mit einer stochastischen Methode rekonstruiert. Diese Methode ermöglicht den Aufbau einer synthetischen instationären Turbulenz aus den Parametern von einem gemittelten Strömungsfeld und führt damit zur Verringerung der Rechenaufwandes im Vergleich zu LES. In die auf den Störgrößen basierende linearisierte Euler Gleichung, werden anschließend die Quellgrößen der synthetischen Turbulenz eingesetzt und die Schallausbreitung berechnet.

### 2.1 Rekonstruktion des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes mit stochastischer Methode

Grundlage des SNGR ist eine Fourierreihe, deren Summanden die Anteile der einzelnen Wellenlängen des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes repräsentieren. Das turbulente Feld wird durch ein Überlagern von diskreten stochastischen Fourier-Moden unter Verwendung von statistischen Eigenschaften der Turbulenzen, wie die turbulente kinetische Energie und die Dissipation, erzeugt. Die ursprüngliche Formulierung wurde von Bailly [1] vorgestellt,

$$\mathbf{u}_{st}(\mathbf{x}, t) = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}_n \cos(\mathbf{k}_n (\mathbf{x} - \mathbf{u}_c t) + \psi_n) \boldsymbol{\sigma}_n \quad (1)$$

mit  $\mathbf{u}_{st}$  die Geschwindigkeit Fluktuation,  $N$  die Anzahl der Moden,  $\hat{u}_n$  die Amplitude, die abhängig vom Spektrum der kinetischen Energie  $E(k)$  ist,  $\mathbf{u}_c$  die konvektive Geschwindigkeit oder die gemittelte Geschwindigkeit,  $\mathbf{k}_n$  ist Wellenzahl Vektor.  $\sigma_n$  ist der Vektor von Moden und  $\psi_n$  die Phase. Die Wellenzahlvektoren zeigen in zufällige Richtungen und stehen senkrecht auf dem Vektor der Moden. Dadurch wird die Divergenzfreiheit des turbulenten Feldes garantiert, da sonst Schallwellen auftreten, die nicht aufgelöst werden können und deren Energie deshalb flaschenweise auf die aufgelöste Wellen übertragen wird. Die Divergenz des mit Hilfe von Gleichung (2) berechneten Geschwindigkeitsfeldes ist:

$$\mathit{div}(\mathbf{u}_{st}) = 0 \Rightarrow \mathbf{k}_n \cdot \sigma_n = 0 \quad (2)$$

Das Spektrum der turbulenten kinetischen Energie ist durch das modifiziert von-Karman Spektrum gegeben.

$$E(k) = 1.453 \frac{2/3k}{k_e} \frac{\left(\frac{k}{k_e}\right)^4}{\left(1 + \left(\frac{k}{k_e}\right)^2\right)^{17/6}} e^{-2\left(\frac{k}{k_\eta}\right)^2} \quad (3)$$

Dabei ist  $k_e$  die Wellenzahl, bei der das Spektrum sein Maximum erreicht. Die Kolmogorov Wellenzahl  $k_\eta$  charakterisiert die kleinsten Wirbel und ist mit folgender Formel gegeben:

$$k_\eta = \left(\frac{C_\mu K \omega}{\nu^3}\right)^{1/4} \quad (3)$$

$C_\mu$  ist eine Konstante aus dem Turbulenzmodell und  $\nu$  ist die kinematische Viskosität. Um die Symbolschreibweise zwischen Wellenzahl und turbulenten kinetischen Energie zu unterscheiden, wurde in dieser Arbeit die turbulente kinetische Energie mit  $K$  bezeichnet. Eine geringfügige Umformung der Gleichung (4) in Verbindung mit  $\omega = \frac{1}{C_\mu} \frac{\varepsilon}{K}$ , führt im Ergebnis

zum Kolmogorov-Längenmaß  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}$ . Die kleinste Wellenzahl  $k_l$  ist von dem größten

Wirbel, der durch die typische Länge  $L$  der Strömung charakterisiert ist, gegeben:

$$k_l = \frac{2\pi}{L} \quad (4)$$

Der Wellenzahl-Bereich wird dann zwischen  $k_l$  und  $k_n$  je nach Moden Anzahl  $N$  diskretisiert.

Die Amplitude  $\hat{u}_n$  ist gegeben durch:

$$\hat{u}_n = \sqrt{E(k_n)\Delta k_n} \quad (5)$$

## 2.2 Auf Störgröße basierende Methode

Nachdem das turbulente Feld rekonstruiert (synthetisiert) ist, d.h. die Schallquellen modelliert sind, gibt es verschiedene Möglichkeiten, das akustische Fernfeld oder Nahfeld zu berechnen (siehe Abbildung 1.1).

Es wurden in der Vergangenheit Ansätze auf der Basis von Störgrößen für die Quellterme der linearisierten Euler-Gleichungen [2], [3], [4] oder Modifikationen davon entwickelt. Der wesentliche Vorteil dieser Ansätze liegt in der Möglichkeit, die Schallentstehung bzw. -ausbreitung in nicht-homogenen Strömungen und somit auch den Turbulenzonen zu berechnen, während die Integralmethoden insbesondere dann geeignet sind, wenn es sich um Ergebnisse im akustischen Fern-Feld und nur an einzelnen diskreten Orten handelt.

Nach [2], [3], [4] werden die unbekannt Variablen wie  $\rho$ ,  $u_i$  und  $p$  für die akustischen Gleichungen in eine zeitlich gemittelte Größe, die zum Teil aus einer RANS-Lösung resultiert, einen turbulenten Teil und einen akustischen Teil, aufgeteilt. Es ergibt sich dann

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho_t + \rho_a \\ p &= p_0 + p_t + p_a \\ u_i &= u_{0i} + u_{ti} + u_{ai} \end{aligned} \quad (6)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (7) in die Euler Gleichung resultiert die Gleichungen für das SNGR Modell.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{ai}}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial u_{ai}}{\partial x_j} + u_{aj} \frac{\partial u_{0i}}{\partial x_j} + \frac{\rho_a}{\rho_0} u_{0j} \frac{\partial u_{0i}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_a}{\partial x_j} &= S_i \\ \frac{\partial p_a}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial p_a}{\partial x_j} + \gamma p_0 \frac{\partial u_{aj}}{\partial x_j} + \gamma p_a \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_j} + u_{aj} \frac{\partial p_0}{\partial x_j} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Wobei  $\gamma$  das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck ist. Die Unbekannten der Gleichungen (8) sind Schallschnell und Schalldruck. Unter der Annahme, dass die akustische Störung isentrop ist, folgt für  $\rho_a$  und  $p_a$  die folgende Beziehung:

$$p_a = c_0^2 \rho_a \quad (8)$$

Die ursprüngliche Schallquelle  $S_i$  in [3] wird wie folgt gegeben:

$$S_i = -u_{0j} \frac{\partial u_{ij}}{\partial x_j} - u_{ij} \frac{\partial u_{0i}}{\partial x_j} - u_{ij} \frac{\partial u_{ti}}{\partial x_j} \quad (9)$$

Zu einem späteren Zeitpunkt wird die Schallquelle von [4] approximiert und es gilt die Beziehung

$$S_i = -u_{ij} \frac{\partial u_{ti}}{\partial x_j} \quad (10)$$

Die turbulente Geschwindigkeit  $u_t$  in den Quelltermen, ist durch die in Kapitel 2.1 beschriebene stochastische Methode bestimmbar.

### 3. Strömungsfeld

Die Simulation des Strömungsfeldes eines ebenen Freistrahls für die Mach-Zahl  $Ma = 0.1$  und der Düseöffnung von  $H = 25$  mm, wird mit Hilfe der RANS-Simulation durchgeführt. Als Programm für die Simulation wurde der freie Code OpenFOAM (Version 1.6) verwendet. Bei dem verwendeten Turbulenzmodell handelt es sich um das Standard k-epsilon Modell. Damit der Rechenaufwand möglichst klein ist, wurde die Berechnung als 2-D symmetrisch durchgeführt. Das Rechengebiet ist eine Domäne mit der Größe  $20 H \times 8 H$  und wurde mit 10257 Zellen diskretisiert. Die Simulationsrechnungen wurden auf einem PC mit einem 1.2 GHz getakteten Prozessor und 8 GB Arbeitsspeicher durchgeführt. Die Rechenzeit betrug 10 Stunden.

Die theoretische Kernzonenlänge [6] von ebenem Freistrahls beträgt  $5.2 * H$ . In der vorliegenden Arbeit betrug die Kernzonenlänge 0.13 m. Inwieweit die numerische Methoden zum Verständnis der aerodynamischen Eigenschaften von Freistrahls beitragen können, wird durch die Vergleiche zwischen analytisch und numerisch ermittelten Geschwindigkeitsfeldern demonstriert. Dazu wurden zwei Positionen (eine innerhalb Kernzone, eine außerhalb Kernzone) festgelegt und die Ergebnisse mit dem Ergebnis der analytischen Lösung verglichen (Abbildung 2 und Abbildung 3). Die numerischen Ergebnisse stimmen sehr gut mit der analytischen Lösung überein. Zusätzlich wurde noch die turbulente kinetische Energie, bezogen auf  $K_{\max} = 37.5 \text{ m}^2 / \text{s}^2$  in der Richtung des Freistrahls, betrachtet (Abbildung 4).

#### 4 Akustik Simulation

Die Informationen über die turbulenten Größen des Strömungsfeldes, wie die der turbulenten kinetischen Energie  $k$  und der Dissipation  $\varepsilon$ , wurden als Eingabegrößen für die SNGR-

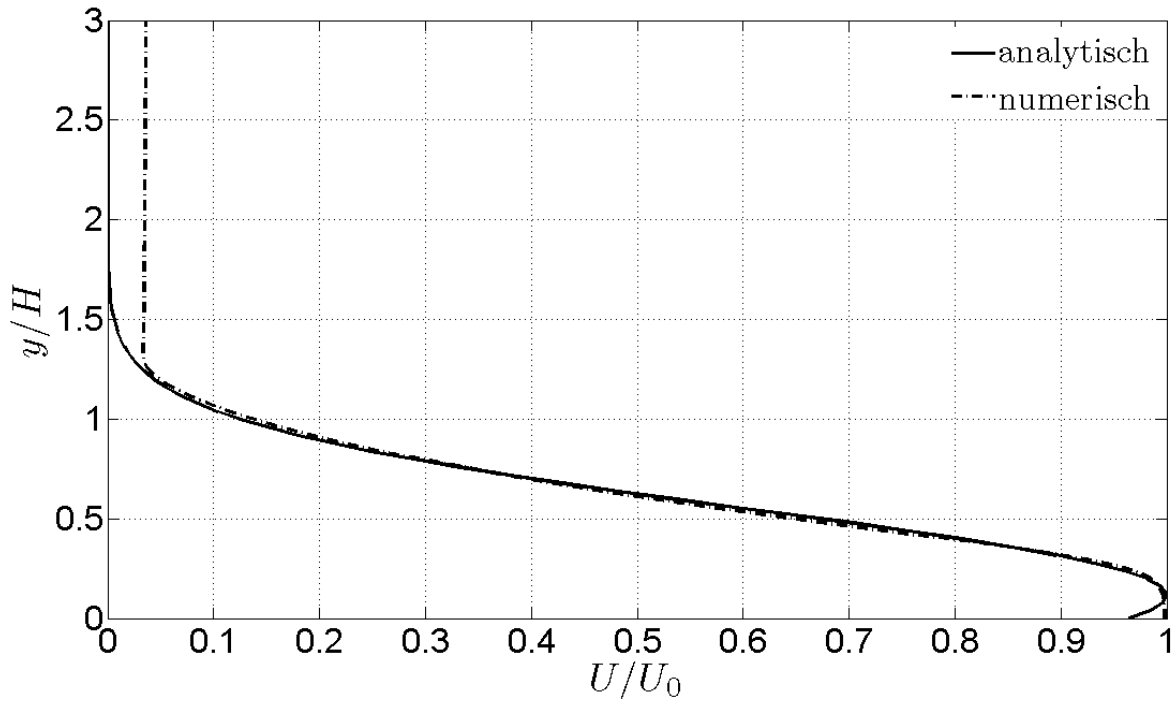


Abbildung 2 Mittlere Geschwindigkeit  $U$  bezogen auf  $U_0 = 34$  m/s an  $x = 0.1$  m.

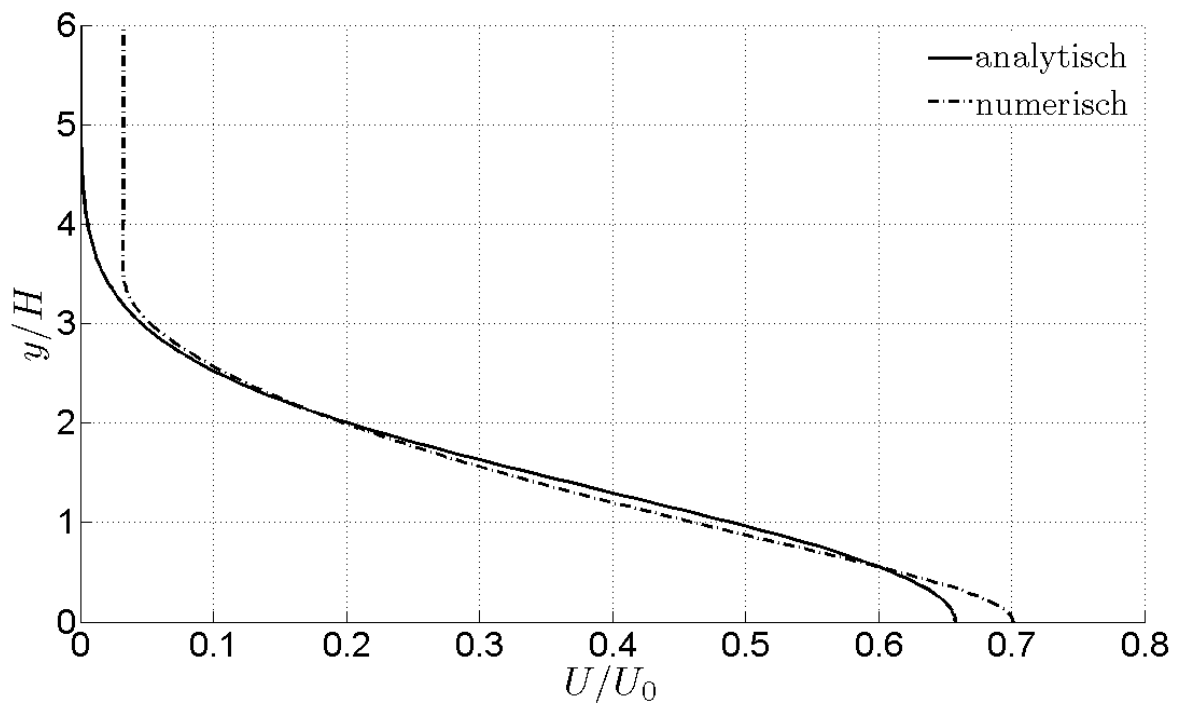


Abbildung 3 Mittlere Geschwindigkeit  $U$  bezogen auf  $U_0 = 34$  m/s an  $x = 0.3$  m.

Methode verwendet. Mit  $H$  als der charakteristischen Länge, folgt für  $k_l = 251 \frac{1}{m}$ . Der Wert

$k_\eta$  ist abhängig von  $k$  und  $\omega$ . Für z.B.  $Ma = 0.1$  ergibt  $k_\eta = 45300 \frac{1}{m}$ . Die Wellenzahlen

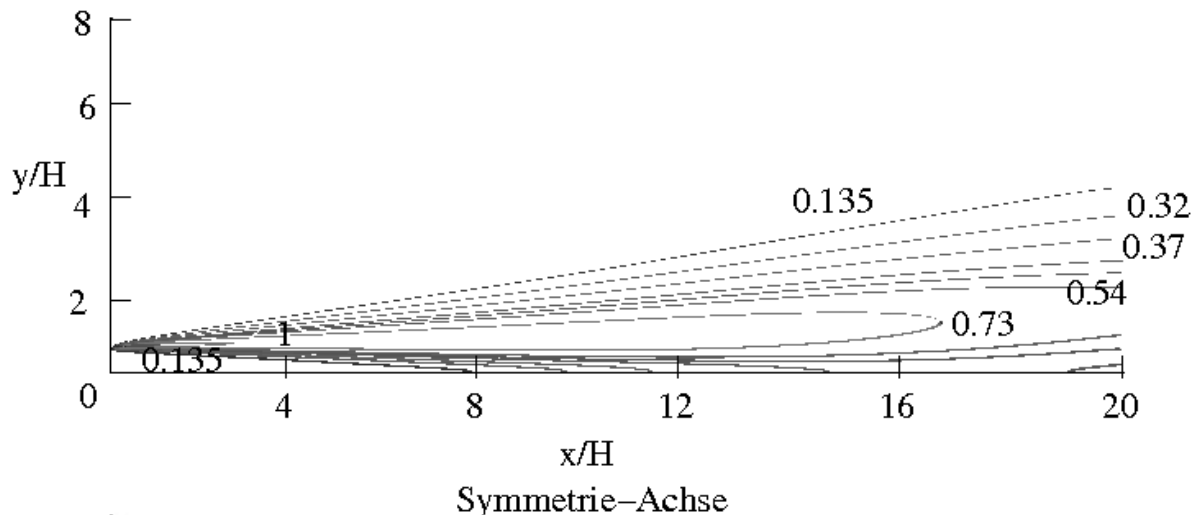


Abbildung 4 Turbulente kinetische Energie bezogen auf  $K_{\max} = 37.5 \text{ m}^2 / \text{s}^2$

zwischen  $k_l$  und  $k_\eta$  wurden mit  $N = 200$  diskretisiert. Die synthetisierte turbulente Geschwindigkeitsschwankung ist in Abbildung 5 veranschaulicht.

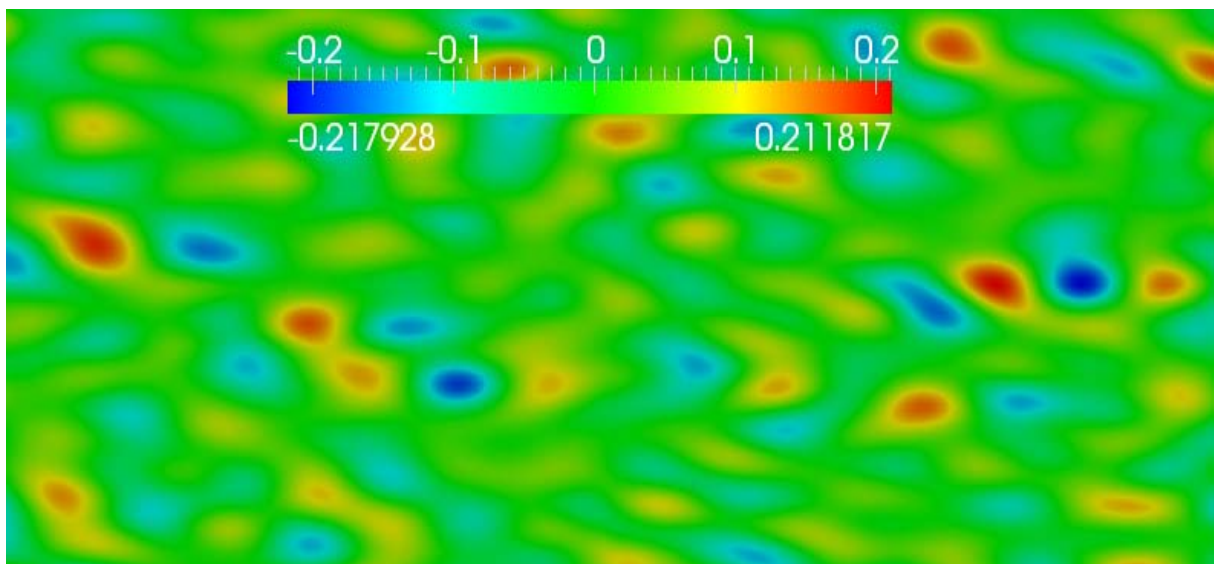


Abbildung 5 Synthetisierte, turbulente Geschwindigkeit  $u_{st}$  in  $\text{m/s}$



Die Daten wurden auf ein weiteres Rechengebiet, das sich auf 28 H x 20 H erstreckt, interpoliert. Diese Daten wurden anschließend als Akustikanregung im Verlauf der Akustik Simulation verwendet.

Der Empfehlung von Gordner, A. [5] folgen, dass  $\frac{2\pi}{\Delta x} > k$  ist, wurde für das Gitter der Akustiksimulation eine konstante Gitterweite  $\Delta x = \Delta y = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}$  gewählt. Der Zeitschritt betrug  $10^{-7} \text{ s}$ . Die Simulation wurde bei  $t = 1e-3$  Sekunden angehalten, was 10.000 Zeitschritten entspricht. Darüber hinaus wurden die akustischen Signale an den Orten  $r = 16 \text{ H}$  und  $\theta = 30^\circ, 45^\circ$  ermittelt (siehe Abbildung 6). Die Abbildung 7 und Abbildung 8 zeigen das

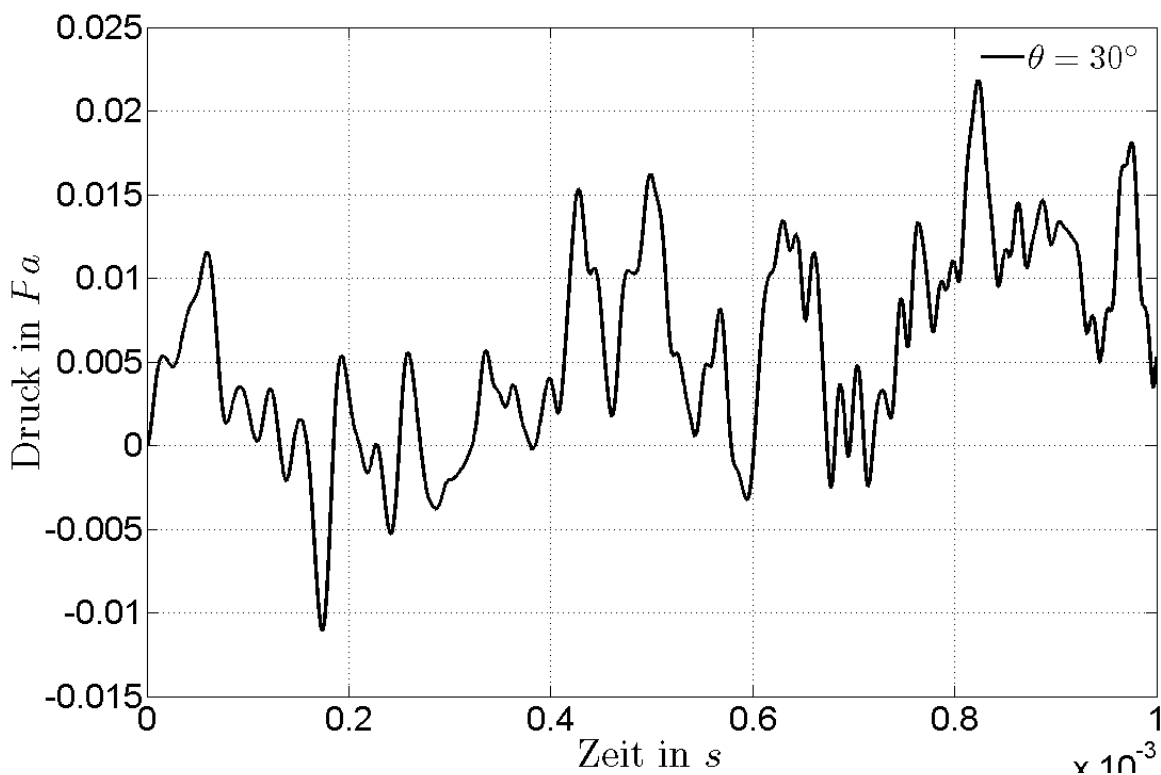


Abbildung 6 Simulationsergebnis des Akustiksignals

Spektrum in Abhängigkeit der Frequenz. Der Schallpegel (Sound Pressure Level) ist definiert

durch:  $SPL = 20 \log\left(\frac{p'}{p_{ref}}\right)$  wobei  $p_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$  beträgt.

Der spektrale Verlauf zeigt, dass alle Frequenzen, die größer als 80 kHz sind, einer Cut-Off Behandlung unterzogen werden, weil aufgrund der Auflösung des Akustikgitters die Moden auf ein  $k_{max}$  beschränkt sind. Die Cut-Off Frequenz wurde mit der Gleichung (45) in [7] berechnet.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Die durch einen ebene Freistrah in einer Öffnung von  $H = 25\text{ mm}$  bei  $Ma = 0.1$  verursach-

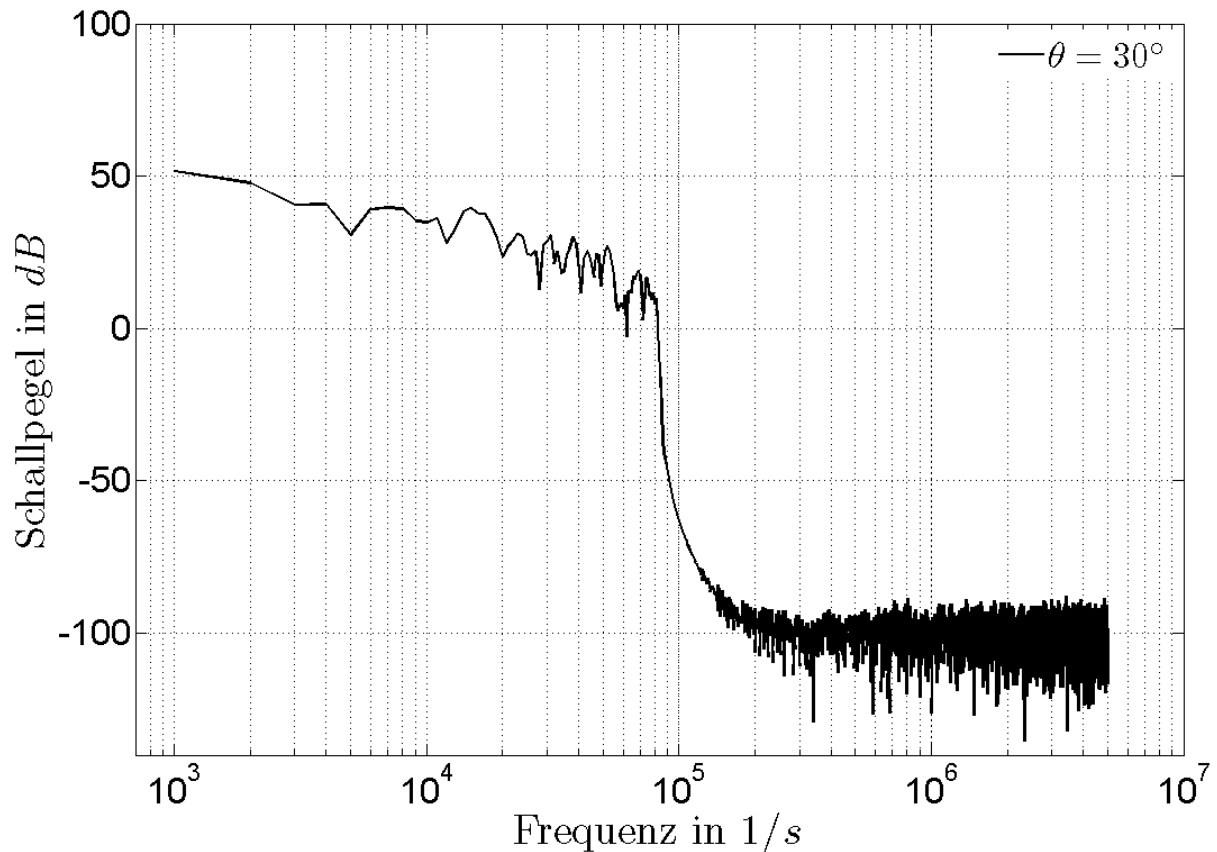
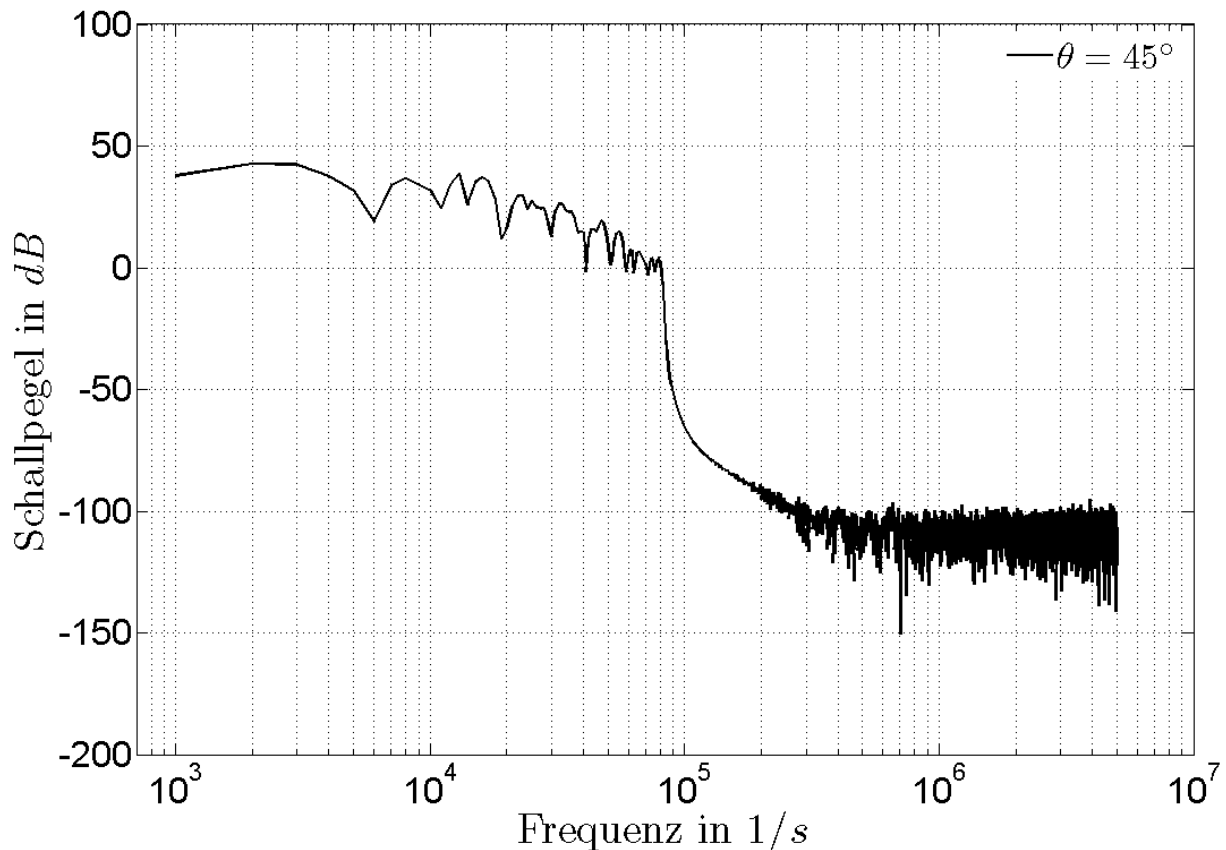


Abbildung 7 Das Spektrum am Ort  $r = 16H$  und  $\theta = 30^\circ$

ten Strömungsgeräusche wurden mit der SNGR-Methode berechnet. Die Berechnungen wurden 2-D symmetrisch durchgeführt, wobei zuerst eine RANS Simulation durchgeführt wurde.

Basierend auf der Lösung des mittleren Strömungsfeldes, wurde ein stochastisch-turbulentes Feld erzeugt und anschliessend die Quelle für einen LEE Solver generiert. Die Lösung der LEE lieferte schließlich die breitbändigen Geräuschkpektren. Hierbei wurden mit Hilfe der numerischen Methode verschiedene Betrachtungen durchgeführt, um das Verständnis der aerodynamischen Eigenschaften des Freistrahls zu vertiefen. Die Ergebnisse der Berechnung stimmen sehr gut mit den Ergebnissen der analytischen Lösung überein. Die SNGR Methode wurde in OpenFOAM implementiert und getestet. Die ermittelten Spektren zeigen die richtige Tendenz. Leider ist ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen nicht möglich, da der forschungsstelle z. Zt. noch keine experimentelle Daten zur Verfügung stehen..

Die erhaltenen Werte der Spektren genügen nicht für eine abschliessende Bewertung der SNGR Methode. Zusätzlich wird eine Variation der Anzahl der Moden, mit der die spektrale Energie diskretisiert wird, durchgeführt. Es soll geprüft werden, ob durch die Variation dieser Eingabeparameter einige Verbesserungen in der Genauigkeit des berechneten Spektrums erreicht werden.



**Abbildung 8** Das Spektrum am Ort  $r = 16 H$  und  $\theta = 45^\circ$

- [1] TANG, K.: Numerical Simulation of Flow-Induced Noise by Means of the Hybrid Method with LES and Aeroacoustic Analogy. Diss. Universität Siegen, 2004
- [2] Bailly, C. and Juve, D.: A Stochastic Approach to Compute Subsonic Noise Using Linearized Euler's Equations. AIAA-paper 99-1872, American Institute for Aeronautics and Astronautics, 1999
- [3] Bechara, W., Bailly, C., Lafon, P. and Candel, S.: Stochastic Approach to Noise Modeling for Free Turbulent Flows. AIAA Journal, Vol. 32, No. 3, March 1994, pp. 455-463
- [4] Longatte, E., Lafon, P. and Candel, S.: Computation of Noise Generation by Turbulence in Internal Flows. AIAA-paper 98-2332, American Institute for Aeronautics and Astronautics, 1998

- [5] Gordner, A.: Numerische Simulation nichtlinearer Aeroakustik bei kleinen Machzahlen bei kleinen Machzahlen. Diss. Ruprecht-Karls-Universität, 2005
- [6] Kraatz, W.: Hydromechanische Grundlagen für die turbulente Diffusion. Sektion Energieumwandlung. Technische Universität Dresden, 1978
- [7] Bauer, M., Zeibig, A., Költzsch, P.: Application of the SNGR-Model to Compute Trailing Edge Noise. Research Report, Dresden University, 2006